LA GRANDE ARTE

Le controverse origini della “formula di Cardano”

di Semyon Gindikin

Questo articolo è dedicato al più importante successo delle scienze matematiche nel secolo XVI: la scoperta della formula per risolvere equazioni di terzo e quarto grado. Gli eventi legati a questa scoperta hanno ancora il potere di lasciarci meravigliati, a vedere in che modo i destini di quattro studiosi – Del Ferro, Tartaglia, Cardano e Ferrari – riuscirono formare un così bizzarro intreccio.

Il titolo dell’articolo fa riferimento all’Ars Magna di Cardano, pubblicata nel 1545. Felix Klein la definisce “Un’opera di grande valore che, valicando i limiti dell’antica matematica, contiene i semi dell’algebra moderna.”

Il XVI secolo segna il risveglio delle scienze matematiche in Europa dopo la stasi medievale. Inizialmente gli scienziati europei si rivolsero alle conclusioni cui erano giunti i loro predecessori del mondo classico e orientale (indiani e arabi). Le prime scoperte dei matematici cinquecenteschi furono appunto nel campo dell’algebra (anche perché allora l’algebra era ancora in uno stato iniziale, mentre la geometria era stata già abbondantemente sviluppata).

I progressi nell’algebra alla fine del XV secolo erano stati sintetizzati da uno dei primi libri sulla matematica mai stampati: *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportione et Proportionalita*, pubblicato a Venezia nel 1494. Era scritto in italiano, quindi era anche uno dei primi libri scientifici in lingua non latina. L’autore era Luca Pacioli, monaco nonché amico del grande Leonardo da Vinci. Alla fine del libro, Pacioli scrive: “l’arte dell’algebra ancora non può vantare un metodo, perché non è stato ancora trovato il metodo per quadrare il cerchio”. Queste parole vennero prese come l’affermazione dell’impossibilità di trovare una formula per risolvere le equazioni cubiche.

Scipione del Ferro

Qualcuno, tuttavia, non si lasciò impressionare dalle parole del Pacioli. Scipione del Ferro (1465 – 1526), professore di scienze matematiche a Bologna, provò a trovare un metodo per risolvere l'equazione

$x^3 + ax = b$ (1)

Poiché i numeri negativi al tempo non venivano utilizzati, consideriamo il coefficiente di lettera nell'equazione (1) (e attraverso tutto l'articolo) come positivo. Quindi, l'equazione (1) e

$x^3 = ax + b$ (2)

venivano considerate completamente diverse! Le spiegazioni di Del Ferro non si sono conservate; egli trasmise il suo metodo al genero e successore Annibale della Nave e al suo studente Antonio Maria Fior. Dopo la morte del suo maestro, Fior decise di sfruttare il segreto che gli era stato affidato per emergere nelle discussioni matematiche (i "duelli scientifici") che all'epoca erano piuttosto comuni. Alla fine del 1534, egli sfidò Niccolò Tartaglia, un matematico veneziano, a singolar tenzone.

Niccolò Tartaglia

The only known portrait of Niccolò Tartaglia.

Nato a Brescia nel 1499, Tartaglia era figlio di un umile portalettere a cavallo di nome Fontane. Durante l'infanzia, quando la sua città era sotto l'assedio dei francesi, venne ferite alla laringe e da allora poté parlare solo con difficoltà. Ecco il perché del soprannome "Tartaglia". Dalla più tenera età venne affidato alle cure della madre. Erano così poveri che potè frequentare la scuola solo per poche settimane. Giusto il tempo per imparare le lettere dell'alfabeto fino alla K. Poi Tartaglia dovette lasciare la scuola, senza aver nemmeno imparato a scrivere il suo nome. Tuttavia, continuò a studiare da solo, e divenne un "maestro d'abaco" (una sorta di insegnante di aritmetica in un istituto commerciale privato). Dal 1534, Tartaglia andò a vivere a Venezia.

La frequentazione con ingegneri e ufficiali dell'artiglieria del famoso Arsenale di Venezia, stimolò la passione di Tartaglia per le scienze. Nel 1537 pubblicò *Nova Scientia*, un testo di quesiti di meccanica. Questo libro ebbe un ruolo fondamentale nello sviluppo delle scienze balistiche. Del 1546 è *Quesiti et inventioni diverse.* Nel primo libro Tartaglia seguì Aristotele, secondo cui un corpo, lanciato a una certa angolazione, prima vola con una traiettoria ad arco, poi cade giù verticalmente; ma nel secondo, asserisce che la traiettoria "non presenta segmenti che siano assolutamente rettilinei". Tartaglia tradusse Archimede ed Euclide in italiano, che lui chiamava "popolare" (vernacolare) in contrasto con il latino.

Quando ricevette la sfida di Fior, pernsava di poter vincere facilmente. Non si preoccupò neanche quando seppe che tutti e trenta i quesiti di Fior riguardavano le equazioni (1) per diversi a e b. Tartaglia credeva che neanche Fior sapesse risolverli "Pensavo che nessuno di essi potesse essere risolto, perché Frate Luca, nel suo trattato, afferma che questo tipo di equazioni non può essere risolto con una formula generale".

I "duellanti" avevano 50 giorni per presentare le proprie soluzioni a un notaio. A tempo quasi scaduto, Tartaglia udì voci secondo cui Fior era a conoscenza di un metodo particolare per risolvere le equazioni (1). L'idea di tenere a banchetto 30 amici di Fior - erano le regole (un amico per ogni quesito risolto) – non era gradita a Tartaglia. Compì sforzi titanici, e otto giorni prima del termine (il 4 febbraio 1535) la fortuna gli sorrise: riuscì a trovare il metodo di cui aveva bisogno.

Forte del suo sistema, Tartaglia riuscì a risolvere tutti i quesiti sottopostigli da Fior in due ore, mentre quest'ultimo non riuscì a venire a capo di nessuno dei problemi di Tartaglia in tempo (stranamente, neanche di uno che poteva essere risolto con il sistema di Del Ferro).

Presto Tartaglia scoprì un metodo per risolvere le equazioni (2). Il “duello” Fior-Tartaglia e la vittoria di quest’ultimo erano sulla bocca di tutti. Gli fu chiesto di svelare il suo segreto, ma Tartaglia rifiutò. Ma poi arrivò qualcuno che riuscì a fargli cambiare idea – Gerolamo Cardano[1].

Gerolamo Cardano

Gerolamo Cardano at the age of 46 (woodcut).

Cardano nacque a Pavia il 24 settembre 1501 da una famiglia di avvocati. Dopo la laurea, Gerolamo decise di dedicarsi alla medicina. Era un figlio illegittimo, quindi all’inizio dovette fare una lunga gavetta nelle province. Fu solo nell’agosto del 1539 che il Collegio dei medici di Milano lo accettò, e solo dopo aver appositamente modificato le regole d’ammissione. Più tardi, Cardano ne divenne il rettore. Era uno dei medici più famosi dell’epoca, forse secondo solo al suo amico Vesalius. Negli ultimi anni di vita, Cardano scrisse un’autobiografia, il *De vita propria liber*, in cui cita il suo lavoro nel campo della matematica solo poche volte, mentre si sofferma approfonditamente sui suoi studi di medicina. Cardano sostiene di aver descritto le terapie per oltre cinquemila malattie; che il numero delle diagnosi da lui effettuate raggiungeva le quaranta mila, e che i consigli

[1] Noto in letteratura come Gerolamo Cardano, Geronimo Cardano e Jerome Cardan – *Ed*.

terapeutici da lui dispensati superavano i duecentomila. Ovviamente prendiamo questi numeri con il beneficio del dubbio. Non di meno, la fama di Cardano come medico era indiscutibile: stando a quanto racconta, nella sua carriera medica si contano solo tre fallimenti.

Tuttavia, la medicina non occupava tutto il suo tempo. Nei momenti liberi si dedicava a diversi generi di attività intellettuale: filosofia, astrologia, fisica, meccanica e matematica.

Cardano elaborava oroscopi sia per i vivi che per i trapassati (inclusi Gesù Cristo, Petrarca, Vasalius, Dührer e Lutero). Il Papa si serviva delle conoscenze astrologiche di Cardano (malignamente si narra che Cardano si sia tolto la vita per convalidare il proprio oroscopo).

Il suo *De subtilitate* (1550) venne tradotto in francese, e per tutto il XVII secolo era il testo comune per la statica e l'idrostatica. Quando Galileo osservava l'oscillazione del pendolo (un candeliere in una cattedrale), seguì il consiglio di Cardano di usare i battiti del proprio polso per misurare il tempo. Cardano scrisse che il moto perpetuo era impossibile. Alcune sue considerazioni possono essere interpretate come i principi del lavoro virtuale. Cardano determinò sperimentalmente il rapporto delle densità di aria e acqua. Inventò un sistema per collegare stanghe della carrozza del re, che ancora oggi si chiama giunto cardanico ed è largamente usato nelle auto. (a onor del vero, va detto che l'intuizione alla base del giunto è molto più antica: anche Leonardo, in un disegno, raffigurò un compasso con un giunto cardanico).

Alcune opere di Cardano avevano fini enciclopedici. Durante il Rinascimento, le enciclopedie venivano compilate da singoli studiosi. La prima enciclopedia frutto di uno sforzo collettivo non apparve che un secolo e mezzo più tardi.

Cardano scrisse un'incredibile quantità di libri (alcuni stampati, altri rimasti in forma di manoscritto, altri ancora andati distrutti per sua stessa mano – cfr. l'ultima parte). Solo la descrizione delle sue opere ha riempito un intero libro, *De libris propriis.* I suoi scritti sulla filosofia e sull'etica furono popolari per anni. Il suo *De consolatione* venne tradotto in inglese ed ebbe una certa influenza anche su Shakespeare. Alcuni studiosi addirittura affermano che Amleto recitava il suo celebre monologo "essere o non essere" con quel libro in mano.

Per quarant'anni Cardano si è cimentato con gli scacchi ("Non riuscirò mai a descrivere in poche parole quale danno, incolmabile, hanno causato alla mia vita familiare..."), ha giocato a dadi per venticinque ("... ma i dadi me ne hanno procurato uno ancora maggiore"). Di tanto in tanto abbandonava tutte le altre attività, preso com'era dalla febbre del gioco. Da questa passione, nacque, nel 1526, *De ludo aleae* (che non fu stampato fino al 1663), un libro che analizza il problema delle probabilità e del calcolo combinatorio, e che include alcune osservazioni sulla psicologia del giocatore.

Cardano e Tartaglia

Nel 1539 Cardano aveva finito il suo primo libro sulla sola matematica, *Practica arithmeticae*. L'intenzione era di soppiantare la *Summa* di Pacioli. La notizia del segreto di Tartaglia, suscitò in lui uno struggente desiderio di includerlo nel suo libro per aumentarne il pregio.

Nel gennaio 1539, Cardano chiese a Tartaglia di inviargli la regola per risolvere l'equazione (1), da pubblicare nel libro oppure in via confidenziale. Tartaglia rifiutò: "Chiedo umilmente il perdono di Vostra Grazia, ma quando deciderò di pubblicare la mia scoperta lo farò all'interno di un mio libro, non in quello di un altro". Il 12 febbraio Cardano rinnovò la sua richiesta. Tartaglia non cambiò idea. Il 13 marzo Cardano invitò Tartaglia a recarsi da lui a Milano e gli promise di presentarlo al governatore della Lombardia. Tartaglia sembrò trovare la proposta interessante e accettò l'invito. L'incontro decisivo ebbe luogo a casa di Cardano, il 25 marzo.

Quello che segue è un estratto dagli appunti di quella conversazione (va precisato che sono stati redatti da Tartaglia; Ferrari, uno studente di Cardano, sosteneva che non corrispondevano del tutto ai fatti):

Niccolò. Vorrei dirvi che non ho declinato la Vostra proposta per il libro e la scoperta in esso descritta, ma per le cose che possono essere da questa spiegate, perché è la chiave per aprire la porta di innumerevoli settori di studio. Avrei certo trovato da tempo una regola generale per molti altri problemi, se non fossi così preso dalla traduzione di Euclide in vernacolare (ho appena terminato il tredicesimo libro). Non appena questo lavoro, che ho già iniziato, sarà finito, ho intenzione di pubblicare un testo di applicazioni pratiche insieme con la nuova algebra... Se la rivelassi ad altri teorici (come Vostra Grazia) questi sarebbero certamente in grado di utilizzarla per scrivere ulteriori trattati (in quanto la spiegazione è facilmente applicabile a molti contesti) e pubblicare a loro nome il frutto dei miei sforzi. Tutto questo manderebbe all'aria i miei progetti.

Signor Gerolamo. Sono pronto a giurare sullo Spirito Santo del Signore e non soltanto darvi la mia parola di onest'uomo che non pobblicherei mai questa vostra scoperta, se vorrete affidarmela, ma sono anche pronto a promettervi – che la coscienza di un cristiano autentico vi sia di garanzia – di codificarla in modo tale che nessuno, dopo la mia morte, sarà in grado di capire. Se vorrete ritenermi degno di fiducia, fatelo. In caso contrario, lasciamo pure cadere la questione.

Niccolò. Se non volessi credere al Vostro solenne giuramento, meriterei certamente di essere ritenuto io stesso un ateo.

E così Tartaglia si lasciò persuadere da Cardano. E' difficile capire da questi appunti cos'è che gli fece cambiare idea. Fu davvero il giuramento di Cardano a colpirlo? Subito dopo aver rivelato il suo segreto Tartaglia lasciò Milano – addirittura declinò l'incontro con il governatore, che era il motivo principale del suo viaggio. Cardano lo ha forse ipnotizzato?

Quando, il 12 maggio, Tartaglia ricevette una copia di *Practica Arithmeticae* fresca di stampa e vide che non conteneva la sua "ricetta" (il metodo di soluzione era reso in forma di poema latino, in modo che non si potesse risalire alle formule) si tranquillizzò alquanto.

Cardano ricevette quindi da Tartaglia un metodo completo per risolvere l'equazione (1) ma senza alcun sistema di verifica. Impiegò un bel po' di tempo a controllare e ad elaborare controprove a sostegno della validità della formula. Dal nostro punto di vista è difficile capire il perché di tanto sforzo: basta sostituire e il gioco è fatto! Tuttavia, senza un sistema di notazione algebrica ben sviluppato, quello che oggi appare ovvio a un qualsiasi studente delle scuole superiori era accessibile solo a un ristretto gruppo di persone. Senza conoscere i testi originali dell'epoca è impossibile capire fino a che punto le tecniche algebriche consentono di "risparmiare" sul pensiero. Chi legge dovrebbe sempre tenerlo a mente, per non essere fuorviato dall'apparente "banalità" di problemi che scatenavano passioni così ardenti nel XVI secolo.


Milan in 1493 (woodcut).

Ludovico Ferrari

Cardano, nei suoi studi matematici, era aiutato da un giovane, Ludovico Ferrari (1522 – 1565). Nella lista dei suoi quattordici studenti, Cardano segnalava Ferrari fra i tre più brillanti.

Nel 1543 Cardano e Ferrari andarono a Bologna, dove, grazie a Della Nave, poterono consultare gli scritti dell'ultimo Del Ferro. E scoprirono che Del Ferro conosceva la regola di Targaglia.

Apparentemente, né lui né i suoi contemporanei sapevano niente sul lavoro di Del Ferro. Cardano non avrebbe corteggiato in quel modo Tartaglia se avesse saputo che poteva ottenere la stessa informazione da Della Nave.

Oggi quasi tutti gli storici della matematica concordano nel sostenere che Del Ferro scoprì la formula, che Fior ne era a conoscenza, e che Tartaglia la ricavò di nuovo credendo che Fior la conoscesse. Ma niente di tutto ciò è stato finora provato.

Nei suoi ultimi anni, Tartaglia scrisse: "Posso assicurare che il teorema descritto non è stato dimostrato da Euclide né da altri, eccetto Gerolamo Cardano, cui lo mostrammo... Nel 1534 a Venezia trovai la formula per l'equazione..."[2]

E' difficile far combaciare tutte le versioni della storia.

Nel 1545 Cardano aveva capito come risolvere non solo le equazioni (1) e (2) ma anche l'equazione

$x^3 + b = ax$ (3)

nonché equazioni cubiche "complete" che contengono un termine con x^2. In quello stesso periodo Ferrari aveva concepito un metodo per risolvere le equazioni di quarto grado.

Ars Magna

Che sia per la conoscenza degli scritti di Del Ferro o una certa pressione da parte di Ferrari, oppure più probabilmente, per l'impulso a non gettare via i risultati del lavoro di tanti anni, fatto sta che Cardano mise tutte le sue cognizioni sulle equazioni cubiche nella *sua Ars Magna, sive De Regulis Agebraicis* (*La Grande Arte, ovvero Sulle Regole dell'Algebra*), pubblicato nel 1545 a Norimberga. Nella prefazione, Cardano tracciò una storia dell'argomento:

"Il nostro contemporaneo Scipione Del Ferro scoprì una formula secondo cui il cubo del noto più l'ignoto è uguale al numero. Era un lavoro assai pregevole e degno di nota. Perché questa arte trascende ogni umana abilità e ogni lucidità mentale dei mortali, dev'essere considerata un dono d'origine celeste, nonché indice delle potenzialità della mente; e trattasi di sì gloriosa scoperta che colui il quale ne fu l'artefice può credersi a ragione capace di raggiungere qualsiasi obiettivo. Con lui si contende il titolo Niccolò Tartaglia di Brescia, nostro amico, che, sfidato dallo studente di Del Ferro di nome Antonio Maria Fior, riuscì a risolvere lo stesso problema per non venir sconfitto, e, dopo richieste ripetute nel tempo, mi trasmise la sua soluzione. Io ero stato fuorviato dalle parole di Luca Pacioli, secondo cui non esisteva una soluzione generale per equazioni di questo tipo, e, sebbene avessi già io stesso fatto diverse scoperte, non disperavo di riuscire a trovare, un giorno, quello che non osavo nemmeno cercare. Tuttavia, quando ricevetti lo scritto e raggiunsi la soluzione, mi resi conto che poteva essere utilizzata per molto altro: e, forte di una maggior fiducia, riuscii a compiere molti progressi nei miei studi, in parte da solo, in parte con Ludovico Ferrari, mio antico studente".

---

[2] Un'altra sorgente riporta la data del 4 febbraio 1535

Il metodo di Cardano per risolvere le equazioni (1) può essere presentato in forma aggiornata, così come segue. Cercheremo una soluzione all'equazione (1) nella forma $x = \boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}$. Quindi $x + \boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$ e

$$x^3 + 3x^2\boldsymbol{a} + 3x\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{a}^3 = \boldsymbol{b}^3 \qquad (4)$$

Poiché $3x^2\boldsymbol{a} + 3x\boldsymbol{a}^2 = 3x\boldsymbol{a}(x + \boldsymbol{a}) = 3x\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}$, l'equazione (4) può essere riscritta come

$$x^3 + 3\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}x = \boldsymbol{b}^3 - \boldsymbol{a}^3 \qquad (5)$$

Ora proviamo a calcolare la coppia $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ conoscendo la coppia (*a*, *b*) in modo che l'equazione (5) coincida con (1). A questo scopo, la coppia $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ dev'essere una soluzione delle equazioni simultanee

$$\begin{cases} 3\boldsymbol{a}\boldsymbol{b} = a \\ \boldsymbol{b}^3 - \boldsymbol{a}^3 = b \end{cases}$$

o dell'equivalente sistema di equazioni

$$\begin{cases} \boldsymbol{b}^3\left(-\boldsymbol{a}^3\right) = -\dfrac{a^3}{27} \\ \boldsymbol{b}^3 + \left(-\boldsymbol{a}^3\right) = b \end{cases}$$

Per le proprietà delle radici in un'equazione di secondo grado, $\boldsymbol{b}^3$ e $-\boldsymbol{a}^3$ sono le radici di un ausiliare di secondo grado $y^2 - by - a^3/27 = 0$. Ma poiché noi stiamo cercando radici *positive* dell'equazione (1), $\boldsymbol{b} > \boldsymbol{a}$. Quindi, per la formula di secondo grado

$$\boldsymbol{b}^3 = \frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}$$

e

$$-\boldsymbol{a}^3 = \frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}$$

E dunque,

$$x = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} - \sqrt[3]{-\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}}$$

Se *a* e *b* sono positivi, anche *x* è positivo.

Questi calcoli sono solo un seguito ideale al pensiero di Cardano. Lui ragionava in termini geometrici: se un cubo con lato di lunghezza $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} + x$ viene tagliato da piani paralleli alle sue facce in un cubo con lato di lunghezza $\boldsymbol{a}$ e un cubo con lato di lunghezza *x*; poi, in aggiunta ai cubi, si ottengono tre parallelepipedi rettangolari che misurano a x a x x e tre altri che misurano a x x x x.

La relazione tra i loro volumi restituisce l'equazione (4); per proseguire all'equazione (5), i parallelepipedi di diversi tipi sono uniti a coppie.

"Ero consapevole del fatto che la parte datami da Tartaglia era stata ricavata per mezzo di dimostrazioni geometriche", scriveva Cardano, "e pensai che questa fosse la via maestra per avere accesso a tutte le altre parti".

L'equazione (2) può essere risolta sostituendo $x = b + a$, ma qui potremmo imbatterci nel caso di un'equazione iniziale con tre radici reali, mentre l'ausiliare quadratico non ha radici reali. Si tratta del cosiddetto *caso irriducibile*[3].. Diede molti problemi a Cardano (e probabilmente anche a Tartaglia).

Cardano risolse l'equazione (3) con un ragionamento molto audace all'epoca: trattò la radice di un numero negativo come se fosse un numero positivo. Nessuno prima di lui aveva usato i negativi così risolutamente, anche se lo stesso Cardano non era troppo libero nel maneggiarli: considerava le equazioni (1) e (2) separatamente!

Cardano inoltre fornì una spiegazione completa dell'equazione generica cubica $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (e Tartaglia sicuramente non ebbe alcuna parte in questo). Come diremmo oggi, la sostituzione $x = y - a/3$ in questa equazione elimina il termine con x^2.

Cardano arrivò a considerare non solo numeri negativi (che chiamava "puramente falsi"), ma anche numeri complessi (che chiamava "puramente sofistici"). Egli osservò che se trattate secondo alcune regole, allora tutte le equazioni quadratiche senza radici reali possono essere pensate come aventi radici complesse. Forse Cardano arrivò ai numeri complessi attraverso il caso "irriducibile". La Grande Arte rifletteva anche il contributo personale di Ferreri – un metodo per risolvere le equazioni di quarto grado.

In termini odierni, ecco in cosa il metodo di Ferrari per risolvere l'equazione

$$x^4 + ax^2 + bx + c = 0 \qquad (6)$$

(a cui puo' essere ridotta facilmente una equazione di quarto grado)[4] .

Introduciamo una variabile ausiliaria t e riscriviamo l'equazione (6) nella forma equivalente

$$\left(x^2 + \frac{a}{2} + t\right)^2 = 2tx^2 - bx + \left(t^2 + at - c + \frac{a^2}{4}\right) \qquad (7)$$

[3] Pubblicheremo in un prossimo numero la trattazione più completa dell'argomento – *Ed*.

[4] Le equazioni di quarto grado vengono trattate anche in "Ciò che aggiungi è ciò che prendi", nel numero Novembre/dicembre 1994 di *Quantum*

Poi attribuiamo a t un valore tale che le due radici del polinomio quadratico in x sulla destra dell'equazione (7) coincidano – cioè la sua discriminante sia zero:

$$b^2 - 4 \cdot 2t \cdot \left(t^2 + at - c + \frac{a^2}{4} \right) = 0$$

Così possiamo ottenere un'equazione cubica ausiliaria per t. Chiamiamo t_0 ciascuna delle sue radici – si trova nella formula di Cardano. Allora, l'equazione (7) può essere riscritta come

$$\left(x^2 + \frac{a}{2} + t_0 \right)^2 = 2t_0 \left(x - \frac{b}{4t_0} \right)^2 \qquad (8)$$

Questa equazione si divide in due equazioni quadratiche che restituiscono quattro radici dell'equazione originale.

In questo modo, il metodo di Ferrari riduce un'equazione di quarto grado in una cubica e due quadratiche.

Tuttavia, l'importanza della Grande Arte nella storia della matematica è dato non tanto dai risultati presentati nel campo delle equazioni di terzo e quarto grado, quanto dal fatto che alcune nozioni generali d'algebra (per esempio la molteplicità di una radice) e affermazioni (se l'equazione $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ ha tre radici reali, allora la loro somma è $-a$) apparvero qui per la prima volta.

Ferrari e Tartaglia

Non è difficile immaginare quale ammirazione destò su Tartaglia *La grande arte* quando apparve nel 1545. Nell'ultima parte del suo libro *Problemi e invenzioni diverse* (1546) Tartaglia pubblicò la sua corrispondenza con Cardano e gli appunti presi durante il loro incontro. Attaccò Cardano con rimproveri e recriminazioni, a cui Cardano, invece, non rispose. Il 10 febbraio 1547 lo fece Ferrari al posto suo, smontando le tesi di Tartaglia e puntando il dito sulle pecche del suo lavoro; in un caso addirittura lo accusa di essersi appropriato del merito di scoperte non sue, e di avere memoria debole (all'epoca una grave mancanza). Alla fine, Tartaglia si ritrova sfidato a rispondere pubblicamente di "geometria, aritmetica, o discipline ad esse collegate come l'Astrologia, Musica, Cosmografia, Prospettiva, Architettura e via dicendo".

Nella sua replica del 19 febbraio, Tartaglia cercò di coinvolgere Cardano nell'alterco "Il tono dei miei scritti era volutamente offensivo ed alterato al fine di spingere Sua Grazia (e non voi) a scrivere alcuna cosa di suo pugno, poiché vi sono tra noi antiche questioni da dirimere".

Mentre ci si ingarbugliava sul battibecco così suscitato, Tartaglia capì che Cardano sarebbe rimasto da parte. Quindi iniziò a sottolineare la dipendenza di Ferrari, chiamandolo la "creatura di Cardano" (come in realtà si era definito lo stesso Ferrari). I "problemi" che Tartaglia inviò, com'era tradizione, in risposta alla sfida, erano rivolti a entrambi: "Voi, signor Gerolamo, e Voi, signor Ludovico…"+

Alla fine, Tartaglia acconsentì a gareggiare con Ferrari. La sfida ebbe luogo alla presenza di molti notabili, ma in assenza di Cardano, a Milano, il 10 agosto 1548. Dell'occasione ci sono giunte solo alcune note di Tartaglia, ed è impossibile ricostruire esattamente come siano andate le cose. Pare, tuttavia, che Tartaglia ne uscì sconfitto.

Comunque, la gara non aveva niente a che fare con il problema da cui aveva avuto origine la controversia. In generale, occasioni del genere avevano molto poco a che fare con la verità dei fatti e si risolvevano in veri e propri duelli.

Ad ogni attore il suo finale

Nel 1556, un anno prima della morte di Tartaglia, iniziò a uscire il *suo Trattato generale di numeri e misure*, che conteneva i risultati in materia di probabilità e calcolo combinatorio ottenuti da Tartaglia in anni di dispute con Cardano. Il *Trattato* dice poco sulle equazioni cubiche. Le parti finali del *Trattato* uscirono dopo la morte del loro autore.

Ferrari dalla sfida ricavò una rinomanza piuttosto ampia; tenne conferenze pubbliche a Roma, diresse l'ufficio catastale a Milano, partecipò all'educazione del figlio del re. Ma alla sua morte, nel 1565 all'età di 43 anni, non aveva lasciato altra traccia in campo scientifico.

Cardano sopravvisse ad entrambi, ma non ebbe vita facile. Uno dei suoi figli avvelenò la moglie per gelosia e venne messo a morte. Un altro figlio divenne un barbone e derubò il so stesso padre. Nel 1570 subì anche la prigione e la confisca delle proprietà (i motivi rimangono tuttora ignoti. Sappiamo solo che mentre aspettava di essere arrestato distrusse 120 dei suoi libri). Cardano terminò i suoi giorni a Roma, nel ruolo di " persona privata" (l'espressione è sua), e viveva con un piccolo sussidio del Papa. Dedicò il tempo che gli restava da vivere alla sua autobiografia, *De vita propria*. L'ultimo evento citato nel libro è datato 28 aprile 1576, e il 21 settembre dello stesso anno, Cardano morì.

Nel suo ultimo libro menziona Tartaglia quattro volte. Scrive che Tartaglia scelse di considerarlo un "rivale vittorioso, piuttosto che un amico che gli sarebbe stato debitore per le sue opere buone”. In altri punti inserisce Tartaglia nella lista di coloro che lo criticavano “senza spingersi al di là grammatica”.

Tuttavia, verso la fine scrive “Ammetto di aver preso a prestito qualche concetto di matematica, anche se in misura insignificante, dal fratello Niccolò”.

A quanto pare, la coscienza iniziava a farsi sentire.

La controversia Cardano-Tartaglia terminò lì, e fu dimenticata. La “formula cubica” venne fatta risalire a La grande arte, e pian piano prese il nome di formula di Cardano, anche se per qualche tempo si continuò a fare il nome di Del Ferro – dopo tutto, il contributo di Del Ferro era esaltato dallo stesso Cardano. E comunque, ingiustizie d’attribuzione come queste non sono rare in matematica.

Gli storici della matematica rispolverarono questa controversia all’inizio del XIX secolo, dopo aver scoperto l’esistenza di una “parte lesa”, Tartaglia, che fino a quel momento era stato praticamente dimenticato. La storia attirò l’attenzione e professionisti e appassionati si schierarono dalla parte di Tartaglia, per vendicarne lonore. Man mano che la storia veniva raccontata e diffusa, iniziò a farsi strada nella cultura popolare. Ecco che Cardano viene così dipinto come un avventuriero e un disonesto, che ha derubato Tartaglia della sua scoperta attribuendosene il merito.

Per la fine del XIX secolo, alcune di queste tesi presero la formula di studi molto seri nella storia della matematica. I matematici capirono l’importanza del ruolo rivestito dalle opere di Cardano nella scienza del Sedicesimo secolo. Tutti capirono quello che Leibniz aveva detto due secoli prima: “Con i suoi difetti, Cardano era un grand’uomo; senza di essi sarebbe stato perfetto”.

Il grande storico della matematica Moritz Cantor (1829-1920 – da non confondere con Georg Cantor, linventore della teoria degli insiemi!) riprese lipotesi ventilata da Ferrari molti anni prima, secondo cui Tartaglia non aveva “riscoperto” la regola di Del Ferro, ma l’aveva avuta bella e pronta da altre fonti.

Nel corso di un secolo e mezzo, gli animi si sono placati e infiammati di nuovo. Ma forse questa è una di quelle controversie che non è possibile dirimere in modo definitivo.

E la formula per risolvere le equazioni di terzo grado rimarrà per sempre la “formula di Cardano”.